

Correction exercices 53 et 55 page 119

53 1. D'après l'énoncé, on a $0 \leq 2x \leq 25$,
donc $I = [0; 12,5]$.

2. Pour tout réel x de I , on a :

$$V(x) = x \times (25 - 2x) \times (40 - 2x) = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$$

3. Pour tout réel x de I , on a $V'(x) = 12x^2 - 260x + 1000$.

De plus, $V'(x)$ admet deux racines $\frac{50}{3}$ et 5.

Comme $\frac{50}{3}$ n'appartient pas à I , on obtient le tableau de variations suivant :

x	0	5	12,5
Signe de $V'(x)$	+	0	-
Variations de V	0	↗ 2 250 ↘	0

Le volume maximal que peut atteindre la boîte est $2\,250 \text{ cm}^3$ lorsque $x = 5$.

55 1. La recette notée $R(x)$ pour x pièces vendues s'exprime en fonction de x par $R(x) = 27x$.

2. Pour tout réel x de $[0; 25]$,

$$B(x) = R(x) - C(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x - 100$$

3. Pour tout réel x de $[0; 25]$, $B'(x) = -3x^2 + 60x - 153$.

4. $B'(x)$ admet deux racines 3 et 17. Donc :

x	0	3	17	25	
Signe de $B'(x)$	-	0	+	0	-
Variations de B	-100	↘ -316 ↗	1 056	↘ -800	

5. L'entreprise réalisera un bénéfice maximal lorsqu'elle produira 17 pièces quotidiennement.