Application de la dérivation

Maths Première STMG

MATHÉMATIQUES

NOTRE DAME DU VOEU

LYCÉE

Plan d'action résumé

1°) Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f.

2°) Étudier le signe de la fonction dérivée f'.

Cela signifie: Résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$

- Très souvent cela s'obtient en résolvant l'équation $f'(x) = 0$ puis

en construisant le tableau de signe de la fonction f'.

- Se rapporter à l'étude du signe du fonction affine et d'une fonction polynôme du second degré.

3°) En déduire le tableau de variation de la fonction f et les éventuels extremums.

Exemple 1: la fonction cube

1°) La fonction cube est une fonction de référence définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Sa fonction dérivée est $f'(x) = 3x^2$.

2°) Étudie du signe de la fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$.

$$\boldsymbol{f'(x) = 0}$$
$$3x^2 = 0$$
$$x^2 = 0$$
$$\boldsymbol{x = 0}$$

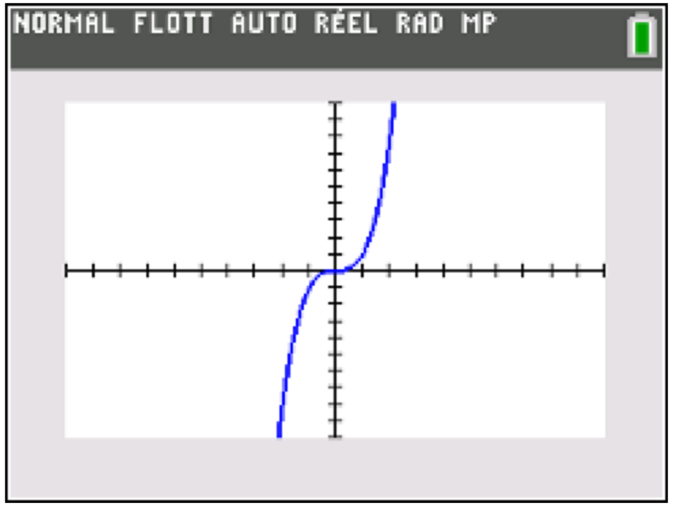
x^2 est positif sur $\mathbb{R}$ donc $3x^2$ est positif. Par conséquent, la fonction **f' est positive sur $\mathbb{R}$.**

x	$-\propto$		**0**		$+\propto$
f'(x)		**+**	**0**	**+**	

3°) En déduire le tableau de variation de la fonction f et les éventuels extremums.

x	$-\propto$		0		$+\propto$
f’(x)		+	0	+	
f(x)			↗		

Pas d’extremum.



Exemple 2: $\boldsymbol{f(x) = x^2 + x - 16}$

1°) Calcul de sa fonction dérivée.

$$f'(x) = 2x + 1 - 0$$
$$f'(x) = 2x + 1$$

2°) Étude du signe de la fonction dérivée f'.

$\boldsymbol{f'(x) = 0}$ si et seulement si $\boldsymbol{x = -0,5}$.

Étude du signe de f' (On peut aussi avoir une approche basée sur les fonctions affines)

$\boldsymbol{f'(x) \geq 0}$	$\boldsymbol{f'(x) \leq 0}$
$\boldsymbol{2x + 1 \geq 0}$	$\boldsymbol{2x + 1 \leq 0}$
$\boldsymbol{x \geq -\frac{1}{2}}$	$\boldsymbol{x \leq -\frac{1}{2}}$

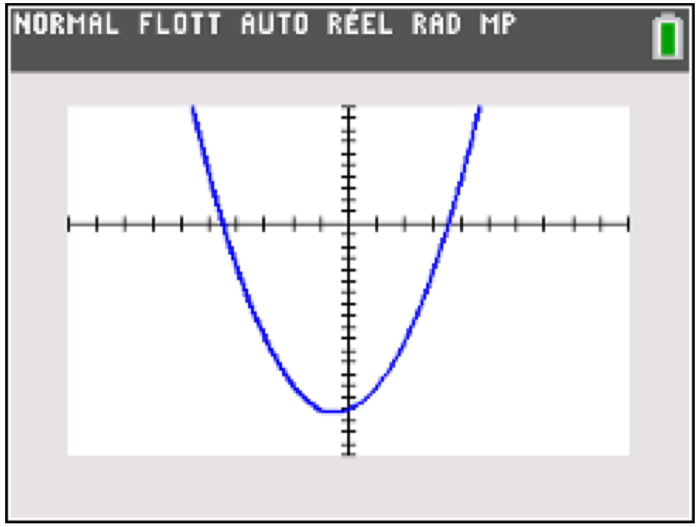
x	$-\propto$		$-0,5$		$+\propto$
f'(x)		-	0	+	

3°) En déduire le tableau de variation de la fonction f et les éventuels extremums.

x	$-\propto$		$-0,5$		$+\propto$
f'(x)		-	0	+	
f(x)		↘	-16,25	↗	

Valeur obtenue en calculant $f(-0,5)$

C'est un extremum.



Exemple 3: La fonction $\boldsymbol{f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 18}$

1°) Calcul de sa fonction dérivée.

$$f'(x) = 2\times 3x^2 - 3\times 2x - 12\times 1 + 0$$
$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$

2°) Étude du signe de la fonction dérivée f'.

On vérifie que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 6(x+1)(x-2)$

On développe l'expression $6(x+1)(x-2) = 6(x^2 - 2x + x - 2)$

$$= 6x^2 - 12x + 6x - 12$$
$$= 6x^2 - 6x - 12$$
$$= f'(x)$$

On en déduit que: f' $admet\ pour\ racines$ $\boldsymbol{-1}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{2}$.

Ce sont les solutions de l'équation $\boldsymbol{f'(x) = 0}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x+1$		-	0		+		
$x-2$			-		0	+	
6		+		+		+	
f'(x)		+	0	-	0	+	

3°) En déduire le tableau de variation de la fonction f et les éventuels extremums.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗	25	↘	-2	↗	
			$f(-1)$		$f(2)$		

Ce sont des extremums.