THÈME: GÉOMÉTRIE

SÉQUENCE 12 : VECTEUR ET OPÉRATIONS

CAPACITÉS :

- CALCULER LES COORDONNÉES DE LA SOMME DE DEUX VECTEURS DANS UN REPÈRE.
- UTILISER LA NOTATION $\lambda\vec{u}$
- ÉTABLIR LA COLINÉARITÉ DE DEUX VECTEURS.
- DÉTERMINANT DE DEUX VECTEURS DANS UNE BASE ORTHONORMÉE.
- CARACTÉRISER ALIGNEMENT ET PARALLÉLISME PAR LA COLINÉARITÉ DE VECTEURS.

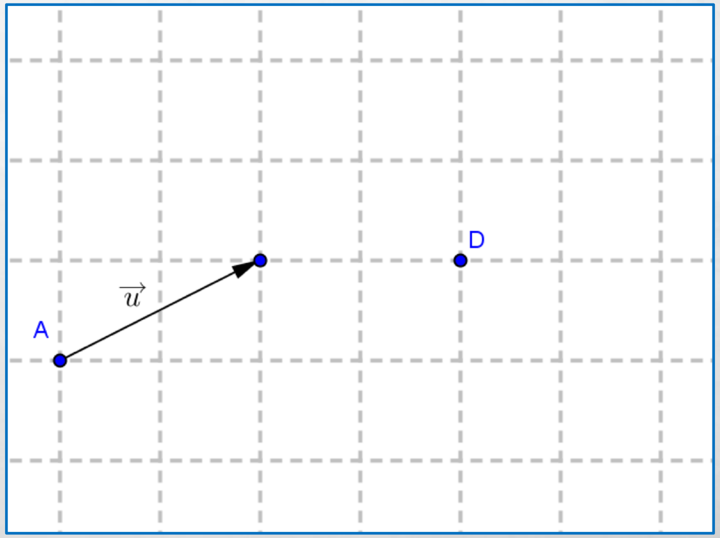
MEVEL CHRISTOPHE

1°) Multiplication d'un vecteur par un réel

Définition:
Soit $k \in \mathbb{R}$.
Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ par un nombre réel k est ……………………………………………………………………………………………
……. On le note ……….
Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ par $-k$ est………………………………………………………. C'est ………………………………………………………………...

Exemples:

- Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\vec{u}$
- Construire le point N tel que $\overrightarrow{DN} = -2\vec{u}$



Propriété:
Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et k un nombre réel.
Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$alors : k$\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$

Exemple:
Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AM} = 3\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

2°) Colinéarité

a) Vecteurs colinéaires

Définition:

………..

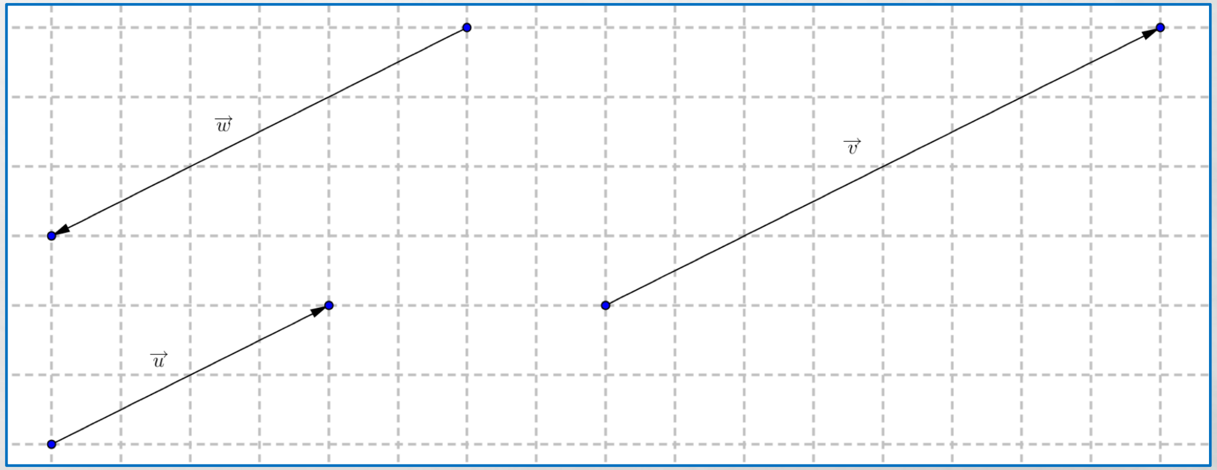
Propriété (Critère de colinéarité) :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si ………………………………………………………………. ………………………………...

Autrement dit, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si …………………………………………….……………………………….

Exemples:

- $\vec{u}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$ sont colinéaires car …………………………..
- $\vec{u}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}\dots\\\dots\end{pmatrix}$ sont colinéaires car ……………………………..



Définition :

On appelle déterminant de deux vecteurs $\vec{u}\binom{x}{y}$ et $\vec{v}\binom{x'}{y'}$, noté ………………………., le nombre obtenu en appliquant la formule … … … … … … … … … … … … … … … … ….

Exemples:

1°) $\vec{u}\binom{4}{2}$ et $\vec{v}\binom{8}{4}$. $\det(\vec{u},\vec{v}) = x \times y' - y \times x =$ … … … … … … … … … … … … … … … … … … ……….

2°) $\vec{u}\binom{4}{2}$ et $\vec{w}\binom{-6}{3}$. $\det(\vec{u},\vec{w}) = x \times y' - y \times x =$ ….

Propriété :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si ….

Exemples:

- L'exemple 1°) précédent nous permet d'affirmer que ……………………………………………………………………………………………
- L'exemple 2°) précédent nous permet d'affirmer que ……………………………………………………………………………………………

b) Application à la géométrie plane

Propriété:
Soient A, B, C et D quatre points du plan deux à deux distincts.
Les droites (AB) et (CD) sont ………………………. si et seulement si ……….

Corollaire:
Soient A, B et C trois points du plan deux à deux distincts.
Les points A, B et C sont ………………………. si et seulement si ……….

Procédure:
Pour démontrer que trois points sont alignés, il suffit de démontrer que deux des vecteurs formés par les trois points sont colinéaires.

Exemple:
On donne $A(-4;-1)$, $B(-1;1)$, $C(2;3)$. Les points A, B et C sont-ils alignés?