

Dérivation d'une fonction composée

Rappel :

Si u et v sont dérivables alors $v \circ u$ est dérivable et $(v \circ u)'(x) = u'(x) \times v'[u(x)]$.

Exercice 1 :

Dériver les fonctions $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $g(x) = e^{5x^3 - 3}$, $h(x) = \cos^2(x)$ en étudiant leur ensemble de définition et leur dérivabilité au préalable.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{e^{x^2+1}}$. Déterminer $f'(x)$.

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{-3x^2 - 3x + 18}$.

1°) Déterminer les fonctions u et v telle que $f = v \circ u$.

2°) Déterminer le domaine de définition de la fonction f .

3°) Montrer que f est dérivable sur $[-3 ; 2]$ et déterminer $f'(x)$.

Continuité d'une fonction

Rappels :

1°) f est continue en a si et seulement si $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$.

2°) Si f est dérivable sur I alors f est continue sur I .

3°) Toute fonction définie sur un intervalle I et obtenue par opérations (somme, produit, quotient) ou composition à partir des fonctions usuelles (fonctions polynômes, fonction exponentielle, fonction racine carrée, fonction absolue) est continue sur I

Exercice 1 :

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \geq 4 \\ \frac{x+11}{x+1} & \text{si } x < 4 \end{cases}$

La fonction g est-elle continue en 4 ?

Exercice 2 :

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Montrer que la fonction h est continue sur \mathbb{R} .