

Exercice du jeudi 30 avril 2020

1 STMG

MATHÉMATIQUES



NOTRE DAME DU VOEU
LYCÉE

Exercice 4

1°) Production de 3 tonnes de carottes

a) $C(3) = 3^3 - 15 \times 3^2 + 78 \times 3 + 650 = 776$

Le coût de production de 3 tonnes de carottes est de 776€.

b) $R(3) = 150 \times 3 = 450$

Le chiffre d'affaires de 3 tonnes de carottes est de 450€.

c) $B(3) = R(3) - C(3) = 450 - 776 = -326$

L'entreprise ne réalise pas de bénéfice pour 3 tonnes de carottes produites et vendues.

2°) Expression du bénéfice

a) $R(x) = 150x$

b)
$$\begin{aligned} B(x) &= 150x - (x^3 - 15x^2 + 78x + 650) \\ &= 150x - x^3 + 15x^2 - 78x - 650 \\ &= -x^3 + 15x^2 + 72x - 650 \end{aligned}$$

c) L'ensemble de définition du bénéfice est : $[0 ; 16]$.

3°) Étude du bénéfice

$$\begin{aligned} \text{a) } B'(x) &= -3x^2 + 15 \times 2x + 72 \times 1 - 0 \\ &= -3x^2 + 30x + 72 \end{aligned}$$

$$\text{b) } B'(-2) = -3 \times (-2)^2 + 30 \times (-2) + 72 = 0$$

c) $B'(-2) = 0$ donc la fonction B' est factorisable par $(x - (-2))$ à savoir $(x + 2)$.

$$\begin{aligned} B'(x) &= (x + 2)(cx + d) \\ &= \mathbf{cx^2} + dx + 2cx + \mathbf{2d} \quad \text{à identifier terme à terme avec } B'(x) = \mathbf{-3x^2} + 30x + \mathbf{72} \end{aligned}$$

On en déduit que : $\mathbf{c = -3}$ et $\mathbf{d = \frac{72}{2} = 36}$

D'où une factorisation est : $\mathbf{B'(x) = (x + 4)(-3x + 36)}$

d)

x	$-\infty$	-4	0	12	16	$+\infty$
$x + 4$	-	0	↑	+	↑	
$-3x + 36$		+		0	-	
$B'(x)$	-	0	+	0	-	

Partie qui nous intéresse.

e)

x	0	12	16
B'(x)	+	0	-
B(x)	-650	646	246

f) L'entreprise doit produire et vendre 12 tonnes de carottes pour avoir un bénéfice maximal qui sera de 646€.