Exercices du vendredi 20 mars 2020

Maths Spécialité Première

MATHÉMATIQUES

NOTRE DAME DU VOEU

LYCÉE

Exercice 69 page 158

1°) La suite $(\mathrm{u_n})$ est suite géométrique de raison 2 et de premier terme $\mathrm{u_1} = 4$.

La formule recherchée: $u_n = u_1 \times q^{n-1} = 4 \times 2^{n-1}$.

2°) La suite $(\mathrm{u_n})$ est suite géométrique de raison 2 et de premier terme $\mathrm{u_1} = 4$.

q > 1 et $u_1 > 0$ donc la suite est croissante.

3°) $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \ldots + u_{10} = u_1 + u_1 \times q^{2-1} + u_1 \times q^{3-1} + u_1 \times q^{4-1} + \ldots + u_1 \times q^{10-1}$

$$= u_1 + u_1 \times q^1 + u_1 \times q^2 + u_1 \times q^3 + \ldots + u_1 \times q^9$$

$$= u_1 \times \left(1 + q + q^2 + q^3 + \ldots + q^9\right)$$

$$= u_1 \times \frac{1 - q^{9+1}}{1-q}$$

$$= 4 \times \frac{1 - 2^{10}}{1-2}$$

$$= 4 \times \frac{1 - 1024}{-1}$$

$$= 4092$$

$$
\begin{aligned}
4°)\ u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \ldots + u_{20} &= u_1 + u_1 \times q^{2-1} + u_1 \times q^{3-1} + u_1 \times q^{4-1} + \ldots + u_1 \times q^{20-1} \\
&= u_1 + u_1 \times q^{1} + u_1 \times q^{2} + u_1 \times q^{3} + \ldots + u_1 \times q^{19} \\
&= u_1 \times \left(1 + q + q^2 + q^3 + \ldots + q^{19}\right) \\
&= u_1 \times \frac{1 - q^{19+1}}{1-q} \\
&= 4 \times \frac{1 - 2^{20}}{1-2} \\
&= 4 \times \frac{1 - 1\,048\,576}{-1} \\
&= 4\,194\,300
\end{aligned}
$$

Exercice Bilan 3 page 175

Bilan 3

1. • $600 - 30 = 570$

Le quota de pêche en 2019 est de 570 tonnes.

• $570 - 30 = 540$

Le quota de pêche en 2020 est de 540 tonnes.

2. a. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 30$.

b. La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = -30$ et de terme initial $u_0 = 600$.

c. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + n \times r = 600 - 30n$.

d. $u_{10} = 300$.

En 2028, le quota de pêche sera de 300 tonnes.

e. $u_n < 200 \Leftrightarrow 600 - 30n < 200 \Leftrightarrow n > \dfrac{40}{3}$.

Le plus petit entier solution est $n = 14$.

En 2032, le quota sera inférieur à 200 tonnes.

3. a. S représente la quantité totale de cabillauds pêchés entre 2018 et 2028.

b. $S = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{10}$

$\Leftrightarrow S = u_0 + (u_0 - 30 \times 1) + (u_0 - 30 \times 2) + \ldots (u_0 - 30 \times 10)$

$\Leftrightarrow S = 11 \times u_0 - 30(1 + 2 + \ldots + 10)$

c. $S = 11 \times 600 - 30 \times \dfrac{10 \times (10+1)}{2} = 8\,250$

Entre 2018 et 2028, il aura été pêché 8 250 tonnes de cabillauds.

Exercice Bilan 4 page 175

Bilan 4

1. $u_1 = 50\,000 \times 0{,}9 = 45\,000$ et $u_2 = 45\,000 \times 0{,}9 = 40\,500$.

2. a. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n \times 0{,}9$.

b. La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 0{,}9$ et de terme initial $u_0 = 50\,000$.

c. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 \times q^n = 50\,000 \times 0{,}9^n$.

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} - u_n = 50\,000 \times 0{,}9^{n+1} - 50\,000 \times 0{,}9^n$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 50\,000 \times 0{,}9^n(0{,}9 - 1)$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = -0{,}1 \times 50\,000 \times 0{,}9^n$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = -5\,000 \times 0{,}9^n$$

Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n < 0$.
Donc la suite (u_n) est décroissante.

4. 2025 correspond à $n = 10$.
$u_{10} = 50\,000 \times 0{,}9^{10} = 17\,434$ (arrondi à l'unité)
Il y a aura 17 434 abeilles dans la ruche en 2025.

5. À l'aide du tableau de valeurs de la suite sur la calculatrice, on cherche le plus petit entier n tel que :

$$u_n < 25\,000$$

n	u(n)
0	50000
1	45000
2	40500
3	36450
4	32805
5	29525
6	26572
7	23915
8	21523
9	19371
10	17434

Le plus petit entier cherché est $n = 7$. C'est donc en 2022 que le nombre d'abeilles aura diminué de moitié.

Exercice Bilan 5 page 175

Bilan 5

1. • **En 2018**

$250\,000 \times 0{,}94 = 235\,000$ et $54\,000 \times 1{,}08 = 58\,320$

Il sera vendu 235 000 ordinateurs et 58 320 tablettes en 2018.

• **En 2019**

$235\,000 \times 0{,}94 = 220\,900$ et $58\,320 \times 1{,}08 = 62\,985{,}6$

Il sera vendu 220 900 ordinateurs et 62 985 tablettes en 2018.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = a_n \times 0{,}94$ et $b_{n+1} = b_n \times 1{,}08$.

3. La suite (a_n) est géométrique de raison $q = 0{,}94$ et de terme initial $a_0 = 250\,000$. La suite (b_n) est géométrique de raison $q' = 1{,}08$ et de terme initial $b_0 = 54\,000$.

4. 2025 correspond à $n = 7$.

$a_7 = a_0 \times q^7 = 250\,000 \times 0{,}94^7 \approx 162\,119$

$b_7 = b_0 \times q'^7 = 54\,000 \times 1{,}08^7 \approx 92\,547$

En 2025, il sera vendu 162 119 ordinateurs et 92 547 tablettes.

5. a.

$n \leftarrow 0$
$a \leftarrow 250\,000$
$b \leftarrow 54\,000$
Tant que $a > b$ Faire
  $a \leftarrow a \times 0{,}94$
  $b \leftarrow b \times 1{,}08$
  $n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que
Afficher n

b. En programmant cet algorithme, en langage Python par exemple, et en l'exécutant, on obtient $n = 12$.

En 2029, les ventes de tablettes dépasseront celles d'ordinateurs.

Programme en langage Python

```python
def Seuil():
    n=0       # Etat initial correspondant à l'année 0
    a=250000  #Ventes d'ordinateurs
    b=54000   #Ventes des tablettes
    while (a>b):
        a=a*0.94  #Traduction des baisses des ventes d'ordinateurs
        b=b*1.08  #Traduction de l'augmentation des ventes de tablettes
        n=n+1     #Compteur pour connaître le nombre d'année
    return n

print("l'année où les ventes dépasseront celles des ordinateurs est :", Seuil())
```

En cours d'exécution: ProgBilan5p175.py

```
l'année où les ventes dépasseront celles des ordinateurs est : 12
>>>
```