Exercices du lundi 6 avril 2020

Maths Spécialité Première

MATHÉMATIQUES

NOTRE DAME DU VOEU
LYCÉE

Exercice 5 page 109

5 **1.** Pour tout réel x, $f'(x) = 2x - 1$.

2. a. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ donc

x	-2		$\frac{1}{2}$		4
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

b. Du tableau de signes précédent, on déduit le tableau de variations suivant :

x	-2		$\frac{1}{2}$		4
Variations de f	4	$\searrow$	$-\frac{9}{4}$	$\nearrow$	10

c. Le minimum de f est $-\frac{9}{4}$ atteint en $\frac{1}{2}$ et le maximum de f est 10 atteint en 4.

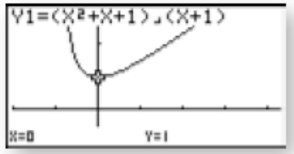
3. a. $f(x)$ est un trinôme du second degré. Son discriminant vaut $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$, il est strictement positif donc $f(x)$ admet deux racines $x_1 = \dfrac{-(-1) - \sqrt{9}}{2} = -1$ et $x_2 = \dfrac{-(-1) + \sqrt{9}}{2} = 2$.

Donc la moyenne des racines est égale à $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{1}{2}$.

b. f est une fonction polynôme du second degré $x \mapsto ax^2 + bx + c$ dont le coefficient a est strictement positif, donc la fonction f admet un minimum en $\dfrac{1}{2}$ tel que $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{9}{4}$.

Exercice 6 page 109

6 **1.** Sur l'intervalle $]-1;+\infty[$, la fonction f semble admettre 1 pour minimum atteint en 0.



2. On pose : $\begin{cases} u(x)=x^2+x+1 \\ v(x)=x+1 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} u'(x)=2x+1 \\ v'(x)=1 \end{cases}$

Pour tout réel $x>-1$, on a :

$$f'(x)=\frac{(2x+1)(x+1)-(x^2+x+1)\times 1}{(x+1)^2}$$

Donc $f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=\dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$.

On a $x+2>0 \Leftrightarrow x>-2$, d'où le tableau de signes suivant.

x	-1		0		$+\infty$
Signe de x		$-$	0	$+$	
Signe de $x+2$		$+$		$+$	
Signe de $(x+1)^2$	0	$+$		$+$	
Signe de $f'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

3. Du tableau de signes précédent, on déduit le tableau de variation ci-dessous.
La fonction f admet donc la valeur 1 pour minimum atteinte en 0.

x	-1		0		$+\infty$
Variations de f	‖	↘	$f(0)=1$	↗	