Exercices :
7, 9 page 279
64, 65 page 288 et
104 page 192

Maths Spécialité Première

MATHÉMATIQUES

NOTRE DAME DU VOEU

LYCÉE

Exercice 7 page 279

Calcul du rayon $r^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{AB^2}{4}$ *et des coordonnées du centre* Ω (x_Ω ; y_Ω) *du cercle*

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 & -(-3) \\ & 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} AB^2 = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2 &= X^2 + Y^2 \\ &= 12^2 + (-2)^2 \\ &= \mathbf{148} \end{aligned}$$

Ω est le milieu du diamètre [AB] donc :

$$x_\Omega = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{(-3)+9}{2} = 3$$

$$y_\Omega = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5+3}{2} = 4$$

L'équation cartésienne d'un cercle de centre Ω (x_Ω ; y_Ω) de rayon *r* est donnée par la formule:

$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_\Omega})^2 + (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_\Omega})^2 = r^2$$

$$(\boldsymbol{x} - \mathbf{3})^2 + (\boldsymbol{y} - \mathbf{4})^2 = \frac{148}{4}$$

$$(\boldsymbol{x^2} - \mathbf{6}\boldsymbol{x} + \mathbf{9}) + (\boldsymbol{y^2} - \mathbf{8}\boldsymbol{y} + \mathbf{16}) = 37$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y - 12 = 0$$

Exercice 9 page 279

$$5x^2 + 5y^2 - 5x - 6y = \frac{839}{20}$$
$$5x^2 - 5x + 5y^2 - 6y = \frac{839}{20}$$
$$x^2 - x + y^2 - \frac{6}{5}y = \frac{839}{100}$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{9}{25} = \frac{839}{100}$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{839}{100} + \frac{1}{4} + \frac{9}{25}$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 = 9$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{5}\right)^2 = (\mathbf{3})^2$$
$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = r^2$$

Le cercle a pour centre $\Omega\left(\frac{1}{2} ; \frac{3}{5}\right)$et pour rayon *3.*

Exercice 64 page 288

1a) $x^2 - 2x = x^2 - 2\times x\times 1 + 1^2 - 1^2 = (x - 1)^2 - 1$

1b) $y^2 + 4y = y^2 + 2\times y\times 2 + 2^2 - 2^2 = (y + 2)^2 - 4$

2)

$$\boldsymbol{x^2} + \boldsymbol{y^2} - \boldsymbol{2x} + \boldsymbol{4y} + 1 = 0$$
$$\boldsymbol{x^2} - \boldsymbol{2x} + \boldsymbol{y^2} + \boldsymbol{4y} + 1 = 0$$
$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{1})^2 - \boldsymbol{1} + (\boldsymbol{y} + \boldsymbol{2})^2 - 4 = -1$$
$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{1})^2 + (\boldsymbol{y} + \boldsymbol{2})^2 = -1 + \boldsymbol{1} + \boldsymbol{4}$$
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$$
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (\boldsymbol{2})^2$$
$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_\Omega})^2 + (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_\Omega})^2 = \boldsymbol{r}^2$$

Le cercle a pour centre $\Omega(1\,; -2)$et pour rayon *2.*

3) $(1 - 1)^2 + (0 + 2)^2 = 4$ *donc le point* $(1; 0)$ *appartient au cercle.*

Exercice 65 page 288

$$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 8 = 0$$
$$x^2 - 8x + y^2 - 2y = -8$$
$$(x-4)^2 - 16 + (y-1)^2 - 1 = -8$$
$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = -8 + 16 + 1$$
$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$$
$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = (3)^2$$
$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = r^2$$

Le cercle a pour centre $\Omega(4\,;1)$et pour rayon *3.*

Exercice 104 page 292

1°) $\boldsymbol{A(12\,;0)}\,;\boldsymbol{B(10;0)}\,;C(14\,;0)\,;D(0\,;-4)\,;M(4\,;4)\,;\;N(3\,;3)\;et\;P(12;-1)$

2°) Attention, ici on précise que A et D appartiennent au cercle mais on ne dit pas que cela forme un diamètre.
On ne peut donc pas appliquer la méthode de l'exercice 7 page 279.
En revanche, on sait que A appartient au cercle donc ses coordonnées vérifient l'équation du cercle. M étant le centre du cercle, on peut affirmer que MA représente l'un de ses rayons.

Équation du cercle $(x-4)^2+(y-4)^2=(MA)^2$

*On remplace **x et y par les coordonnées du points A** dans le membre de gauche de l'équation pour calculer la valeur de (MA)².*

$$(\mathbf{12}-4)^2+(\mathbf{0}-4)^2=80$$

On conclut qu'une équation du cercle est :

$$\boldsymbol{(x-4)^2+(y-4)^2=80}$$

3°) On sait que B appartient au cercle donc ses coordonnées vérifient l'équation du cercle. N étant le centre du cercle, on peut affirmer que NB représente l'un de ses rayons.

Équation du cercle $(x-3)^2+(y-3)^2=(NB)^2$

On remplace ***x et y par les coordonnées du points B*** *dans le membre de gauche de l'équation pour calculer la valeur de $(NB)^2$.*

$$(\mathbf{10}-3)^2+(\mathbf{0}-3)^2=58$$

On conclut qu'une équation du cercle est :

$$\boldsymbol{(x-3)^2+(y-3)^2=58}$$

4°) On sait que B appartient au cercle donc ses coordonnées vérifient l'équation du cercle. P étant le centre du cercle, on peut affirmer que PB représente l'un de ses rayons.

Équation du cercle $(x-12)^2+(y-(-1))^2=(PB)^2$

On remplace ***x et y par les coordonnées du points B*** *dans le membre de gauche de l'équation pour calculer la valeur de $(NB)^2$.*

$$(\mathbf{10}-12)^2+(\mathbf{0}+1)^2=5$$

On conclut qu'une équation du cercle est :

$$\boldsymbol{(x-12)^2+(y+1)^2=5}$$

5a) $\overrightarrow{NB}\binom{7}{-3}$.

$\vec{n}$ vecteur directeur de la tangente à $\mathcal{C}_N$ en B donc c'est aussi un vecteur normal à la droite (NB).
Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{NB}\ et\ \vec{n}(x'; y')$ sont orthogonaux.

D'où

$$\overrightarrow{NB}\,.\vec{n} = 0$$
$$7x' - 3y' = 0$$
$$x' = \frac{3}{7}y'$$

Par conséquent $\vec{n}\binom{3}{7}$ est une possibilité.

5b)

$$\overrightarrow{BP}\begin{pmatrix}12 - 10\\ y_P - 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\ y_P\end{pmatrix}$$

Pour que les tangentes en B aux cercles de centre N et P aient le même coefficient directeur, il faut que le vecteur $\vec{n}$ normal à (NB) soit aussi normal à (BP). Par conséquent, $\overrightarrow{BP}\,.\vec{n} = 0$

$$2\times 3 + y_P\times 7 = 0$$
$$y_P = -\frac{6}{7}$$