Exercices du lundi 18 mai 2020

Seconde B

MATHÉMATIQUES

NOTRE DAME DU VOEU

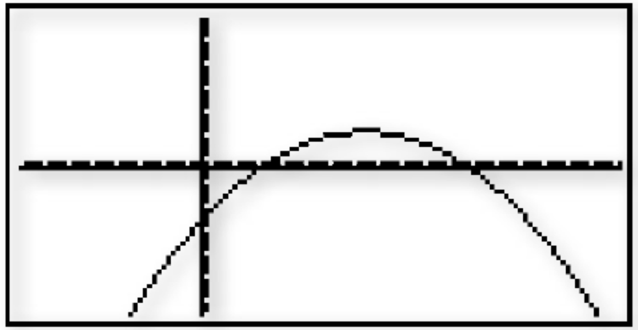
LYCÉE

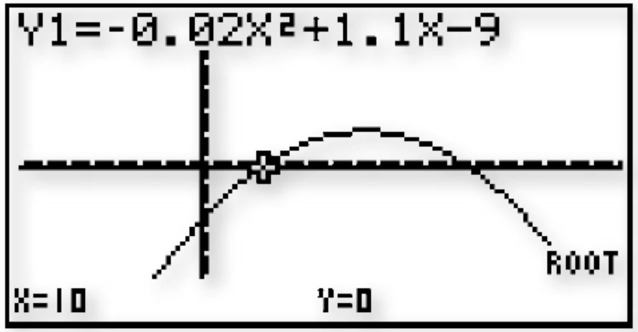
Exercice 87 page 265

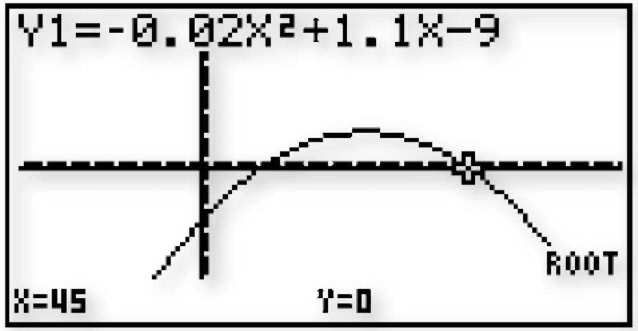
87 **1.** Le coût de fabrication d'une tonne de pâte à papier est égal à $C(1)=9{,}12$ euros. Le coût de fabrication de deux tonnes de pâte à papier est égal à $C(2)=9{,}28$ euros.
2. Chaque tonne de pâte à papier est vendue 1,2 euro.
3. Le bénéfice réalisé (en euro) par la vente de q tonnes de papier est égal à :

$$B(q)=R(q)-C(q)=1{,}2q-(0{,}02q^2+0{,}1q+9)$$
$$=-0{,}02q^2+1{,}1q-9$$

On représente graphiquement la fonction B sur la calculatrice graphique en choisissant une fenêtre adaptée.







Il semble que $B(q)\geqslant 0$ lorsque $q\in[10\,;45]$.

4. On développe le second membre, pour tout $q \in [0\,;80]$:

$$\begin{aligned}-0{,}02(q-10)(q-45) &= (-0{,}02q+0{,}2)(q-45)\\ &= -0{,}02q^2+1{,}1q-9\\ &= B(q)\end{aligned}$$

On étudie le signe du produit $-0{,}02(q-10)(q-45)$ à l'aide d'un tableau de signes.

q	0		10		45		80
Signe de $-0{,}02$		$-$		$-$		$-$	
Signe de $q-10$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $q-45$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe du produit $B(q)=-0{,}02(q-10)(q-45)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Par conséquent, l'entreprise réalise un bénéfice (positif) si et seulement si elle fabrique et vend entre 10 et 45 tonnes de pâte à papier.

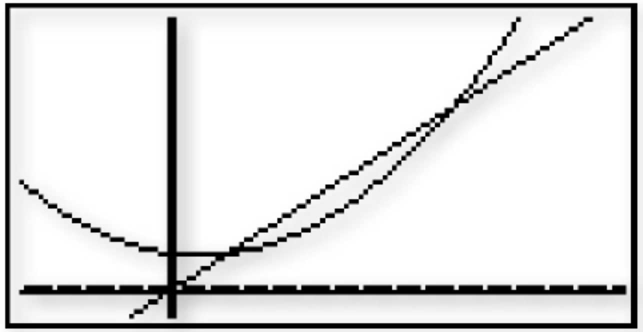
Exercice Bilan 4 page 273

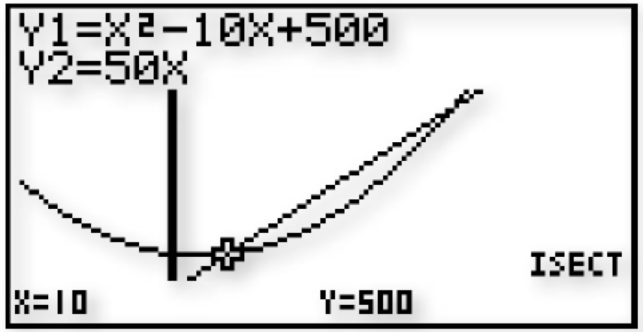
1. a. Le coût de production de 20 chaises est $C(20) = 20^2 - 10 \times 20 + 500 = 700$ euros.

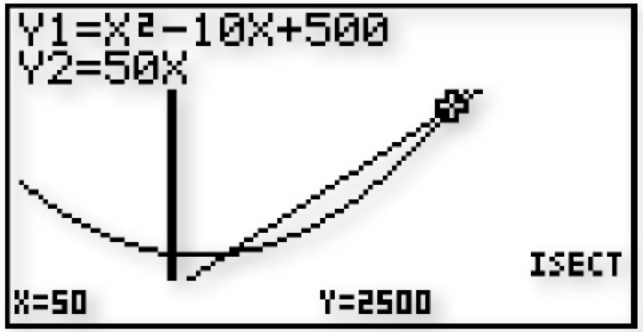
b. La recette pour la vente de 20 chaises est $20 \times 50 = 1000$ euros. Ainsi, le bénéfice réalisé par la vente de 20 chaises s'élève à 300 euros.

2. Pour tout entier naturel x on a $R(x) = 50x$.

3. a. On représente graphiquement les fonctions C et R à l'aide de la calculatrice.







b. On peut alors conjecturer que cette entreprise réalise un bénéfice (c'est-à-dire que $R(x) \geqslant C(x)$) si et seulement si $10 \leqslant x \leqslant 50$ c'est-à-dire si seulement si le nombre de chaises fabriquées est compris entre 10 et 50.

4. Pour tout réel x, on a les équivalences suivantes :

$$\begin{aligned} R(x) \geqslant C(x) &\Leftrightarrow 50x \geqslant x^2 - 10x + 500 \\ &\Leftrightarrow -x^2 + 60x - 500 \geqslant 0 \end{aligned}$$

Or, pour tout réel x on a $(50-x)(x-10) = -x^2 + 60x - 500$ d'où l'équivalence $R(x) \geqslant C(x) \Leftrightarrow (50-x)(x-10) \geqslant 0$.

Pour résoudre cette dernière inéquation, on est ramené à étudier le signe du produit $(50-x)(x-10)$ à l'aide d'un tableau de signes.

x	5		10		50		70
Signe de $50-x$		+		+	0	−	
Signe de $x-10$		−	0	+		+	
Signe du produit $(50-x)(x-10)$		−	0	+	0	−	

Par conséquent, l'ensemble des solutions de l'inéquation $R(x) \geqslant C(x)$ est l'intervalle $[10;50]$ ce qui confirme la conjecture émise précédemment.