Critère de colinéarité

Exercice 1

Définition : soit $\overrightarrow{u}(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}(x'\,;y')$, on appelle déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, noté $\det(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v})$, défini par :
$\det(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v}) = x\times y' - x'\times y$

Pour chacun des couples de vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ défini ci-dessous, déterminer la valeur de $\det(\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{v})$:

a. $\overrightarrow{u}(2\,;-1)$; $\overrightarrow{v}(3\,;4)$ b. $\overrightarrow{u}(-5\,;1)$; $\overrightarrow{v}(2\,;-2)$

Exercice 2

Proposition : Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.
Les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires entre eux si, et seulement si, leur déterminant est nul.

On considère le plan muni d'un repere $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\,)$ et les quatre points :

$$A(3\,;-5) \quad ; \quad B(1\,;-1) \quad ; \quad C(13\,;2) \quad ; \quad D(18\,;-8)$$

Etablir que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 3

On munit le plan d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé.

On considère les points :

$$A\Big(\frac{1}{4}\,;\frac{1}{3}\Big) \quad ; \quad B\Big(1\,;\frac{5}{6}\Big) \quad ; \quad C\Big(-\frac{1}{2}\,;\frac{7}{6}\Big)$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas deux vecteurs colinéaires.

Exercice 4

On considère le plan munit d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ et des deux vecteurs :

$$\overrightarrow{u}\big(1-2\sqrt{3}\,;\sqrt{3}+\sqrt{2}\big) \quad ; \quad \overrightarrow{v}\big(6-\sqrt{3}\,;-3-\sqrt{6}\big)$$

Etablir que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Exercice 5

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;\,I\,;\,J\big)$, on considère les deux vecteurs colinéaires :

$$\overrightarrow{u}\big(x+y\sqrt{2}\,;4\big) \quad ; \quad \overrightarrow{v}\big(2\sqrt{2}-1\,;\,-2\big)$$

où x et y sont deux entiers relatifs.

Déterminer les valeurs de x et y.

ex 1 8541 ex 2 5288 ex 3 7888 ex 4 504 ex 5 8542