Limites et composition

Rappel :
Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$ **et** $\lim\limits_{X\to b} g(X) = c$ **alors** $\lim\limits_{x\to a} g\big(f(x)\big) = c$.

Exercice 1 :
Déterminer les limites suivantes :
$\lim\limits_{x\to 0^+} e^{2-\frac{1}{x}}$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} \cos\left(\frac{3}{2x+1}\right)$

Exercice 2 :
Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$.

Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

Théorème des valeurs intermédiaires et sa conséquence

Rappels :
1°) TVI :
f **est une fonction continue sur un intervalle I**
a **et** b **désignent deux nombres réels de I avec** $a < b$.
Pour tout réel k **compris entre** $f(a)$ **et** $f(b)$**, il existe au moins un réel** c **compris entre** a **et** b **tel que** $f(c) = k$.
2°) Théorème de Bolzano (Conséquence du TVI) :
f **est une fonction continue sur un intervalle I**
a **et** b **désignent deux nombres réels de I avec** $a < b$.
Si 0 est compris entre $f(a)$ **et** $f(b)$**, c'est-à-dire si** $f(a)$ **et** $f(b)$ **sont de signes contraires, alors il existe au moins un réel** c **compris entre** a **et** b **tel que** $f(c) = 0$.

Exercice 1 :
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$.
Démontrer qu'il existe au moins un réel c compris entre -3 et 0 tel que $f(c) = -1$.

Exercice 2 :
Démontrer que l'équation $e^{2x+1} = x + 5$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice 3 :
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2 + 3e^{-x}$.
Démontrer qu'il existe au moins un réel c compris entre 0 et 1 tel que $f(c) = 4$.

Exercice 4 :
Démontrer que l'équation $x^3 - x = 2x^2 - 1$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.