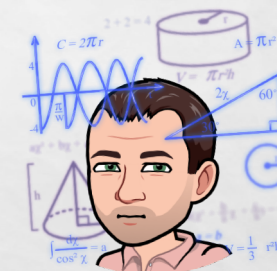


THÈME: STATISTIQUES ET PROBABILITÉS



SÉQUENCE 13: TAUX D'ÉVOLUTION

Ce que je dois savoir faire	
Compétences Chercher	<ul style="list-style-type: none">Être en mesure d'extraire les informations pertinentes dans un énoncé. Leurs donner une signification mathématique afin de les rapprocher des problèmes travaillés en classe.Émettre une conjecture.
Représenter Calculer	<ul style="list-style-type: none">Être en capacité de schématiser la situation d'évolution.Calculer une évolution exprimée en pourcentage.Résoudre algébriquement des équations et inéquations se ramenant au premier degré.Calculer le taux d'évolution en appliquant la formule $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$.Calculer l'évolution manquante à l'aide de la relation $y_2 = (1 + t)y_1$.Exprimer en pourcentage une évolution.
Modéliser	<ul style="list-style-type: none">Mettre un problème traitant d'évolution en équation ou inéquation.
Raisonner	<ul style="list-style-type: none">Identifier l'objectif du problème afin d'être en mesure de faire appel à son esprit critique pour évaluer la cohérence du résultat trouvé.
Communiquer	<ul style="list-style-type: none">Exprimer clairement son raisonnement en identifiant les lieux pertinents pour utiliser le langage usuel et ceux pour le langage mathématique.



1



1°) Lien entre une évolution et un pourcentage

fnac Rayons Rechercher Magasins Me connecter Mon panier

VENTES FLASH -50% % RETREE: BONS PLANS ... RETREE LITTERAIRE PREPAREZ LA RETREE S... AVANTAGES ADHERENTS

TV, Vidéo, Home cinema - Meilleures ventes TV

Sony Bravia KD49XE7077S UHD 4K HDR 49"

leur LCD 44" à 55" - Sony ★★★★★ 94 avis Labo Fnac Questions et réponses

Prix Fnac 649€ 1 neuf dès 649€ et 1 occasion dès 449€99

BON PLAN -7% 699€ 649€ 11€ d'éco part DEEE Payez en 3x 4x

En stock en ligne Livraison gratuite

En magasin Retrait gratuit Voir la disponibilité en magasin

Ajouter au panier Retirer en 1J en magasin

Source: www.fnac.fr

SEPHORA RECHERCHER RETOURS GRATUITS

MAQUILLAGE PARFUM SOIN VISAGE CORPS & BAIN HOMME CHEVEUX ACCESSOIRES NOUVEAUTÉS MARQUES #INSPIRATION

Accueil > Shopping > OFFRES SPECIALES > Prix Sexy

Shopping OFFRES SPECIALES Prix Sexy Super Ingrédients à -25%

AFFINER PAR

297 produits Trier par pertinence Affichage par 60 | 100 | Tout voir 1 2 3 ... 5

CATÉGORIES

PRIX SEXY

- Maquillage (126)
- Parfum (41)
- Soin Visage (117)
- Corps & Bain (18)
- Homme (10)
- Cheveux (1)
- Accessoires (22)

MARQUES

- FRESH (61)
- ZOEVA (47)
- MAKE UP FOR EVER (30)

EXCLU WEB -20% MAKE UP FOR EVER Glitzy Palette Palette pour le Teint 39,60€ 49,50€ ★★★★★

EXCLU WEB -50% ZOEVA Opulence Set de pinceaux 45,40€ 90,80€ ★★★★★

EXCLU WEB -40% DR. BRANDT SKINCARE Magnetight Age Defier Masque visage 45,00€ 75,00€ ★★★★★

Prix Ronds SEPHORA COLLECTION Colorful Eyeliner À partir de 3,00€ ★★★★★ offre spéciale

Source: www.sephora.fr



C'est deux exemples indiquent à la fois des pourcentages et des évolutions de prix.

L'objectif du cours sera d'être en mesure de calculer ce pourcentage à partir d'une évolution (ici le prix) ou bien de déterminer la valeur manquante au niveau de l'évolution connaissant ce pourcentage d'évolution.

2°) Taux d'évolution

Deux évolutions possibles

Une augmentation

Source: www.energie-info.fr

Exemple: 18,1% signifie 18,1% d'augmentation.

Une diminution

Source www.darty.fr

Exemple: -17% signifie 17% de diminution.

Schématisation



On retrouve le taux d'évolution en appliquant la formule le résultat :

$$t = \frac{194 - 164}{164} \approx 0.1829 \text{ soit environ } 18.30\% \text{ (petite erreur du site)}$$

Définitions:

Soient y_1 et y_2 deux nombres réels strictement positifs.

1) On appelle variation absolue de y_1 et y_2 la différence $y_2 - y_1$

2) On appelle variation relative ou taux d'évolution le quotient $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$

Le taux d'évolution est souvent exprimé sous la forme d'un pourcentage.

Schématisation



On retrouve le taux d'évolution en appliquant la formule le résultat :

$$t = \frac{249 - 299}{299} \approx -0.1672 \text{ soit environ } -16.72\% \text{ (petite erreur du site)}$$



On peut exprimer ces définitions en français en considérant que y_1 est la valeur de départ et y_2 est la valeur d'arrivée. Cela donne:

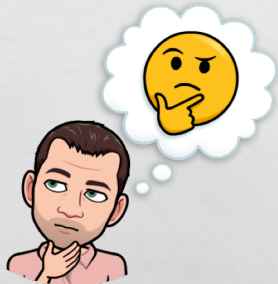
1) *variation absolue* = valeur d'arrivée – valeur de départ

2) *taux d'évolution* = $\frac{\text{valeur d'arrivée} - \text{valeur de départ}}{\text{valeur de départ}}$

Exemples d'application: Retrouver par le calcul les taux d'évolution fournis par les deux publicités de la page 2 (FNAC et Séphora).

Publicité FNAC: $t = \frac{649 - 699}{699} = \frac{-50}{699} \approx -0.072$ soit -7.2% . Autrement dit, une baisse d'environ 7.2%

Publicité Séphora Make up for ever: $t = \frac{39,60 - 49,50}{49,50} = \frac{-9,9}{49,50} = -0.2$ soit -20% . Autrement dit une baisse de 20% .



Remarque :

- Si **le taux d'évolution est positif**, alors la situation correspond à **une hausse**.
- Si **le taux d'évolution est négatif**, alors la situation correspond à **une baisse**.

J'en peux plus



Propriété 1 (admise) :

Soient y_1 et y_2 deux nombres réels strictement positifs et t le taux d'évolution.

Pour déterminer la valeur y_2 ou y_1 , on applique la formule suivante : $y_2 = (1 + t) \times y_1$

Exemples d'application:

➤ La consommation de carburant au mois de septembre d'un salarié est de 110 litres. Elle a augmenté de 15% le mois suivant.

Quelle a été sa consommation?

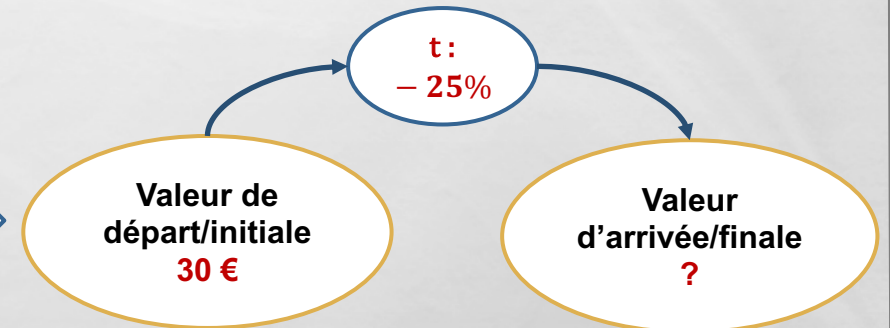
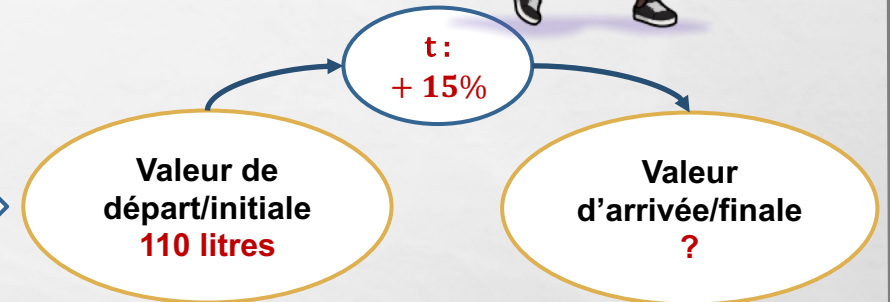
$$110 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 110 \times 1,15 = 126,5$$

Il a consommé 126,5 litres de carburant au mois d'octobre.

➤ Lors des soldes, dans un magasin, les prix sont en baisse de 25%. Le prix avant les soldes d'un sac à dos était de 30 €. Quelle son prix soldé?

$$30 \times \left(1 - \frac{25}{100}\right) = 30 \times 0,75 = 22,5$$

Le prix soldé est de 22,5 €.



3°) Du taux d'évolution au coefficient multiplicateur

Définition:

On appelle coefficient multiplicateur noté **CM** le nombre déterminé par la formule: $CM = 1 + t$ où t est le taux d'évolution.

Exemples d'application:

➤ La consommation de carburant au mois de septembre d'un salarié est de 110 litres. Elle a augmenté de 15% le mois suivant.

Quelle a été sa consommation?

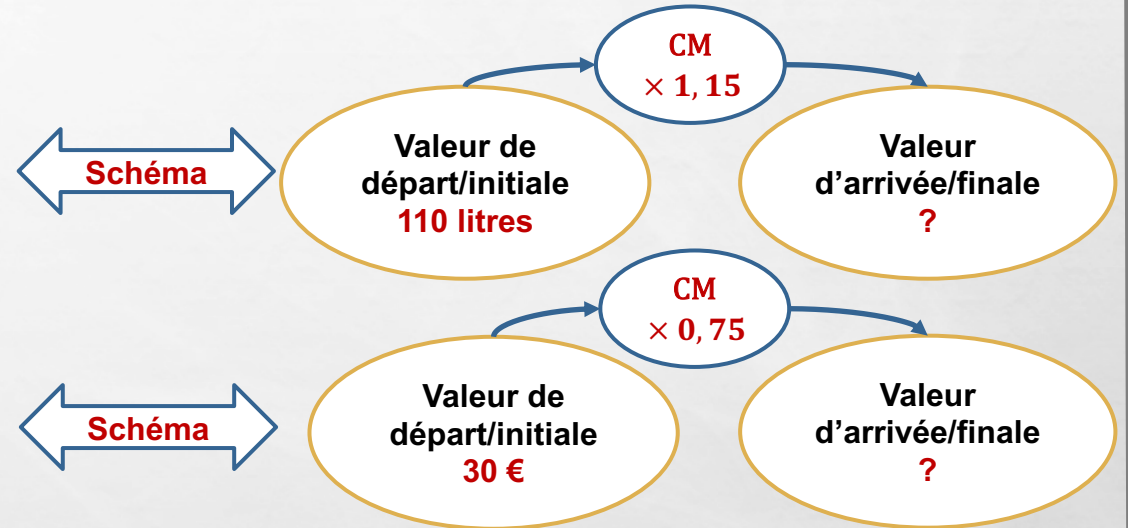
$$110 \times 1,15 = 126,5$$

Il a consommé 126,5 litres de carburant au mois d'octobre.

➤ Lors des soldes, dans un magasin, les prix sont en baisse de 25%. Le prix avant les soldes d'un sac à dos était de 30 €. Quelle son prix soldé?

$$30 \times 0,75 = 22,5$$

Le prix soldé est de 22,5 €.



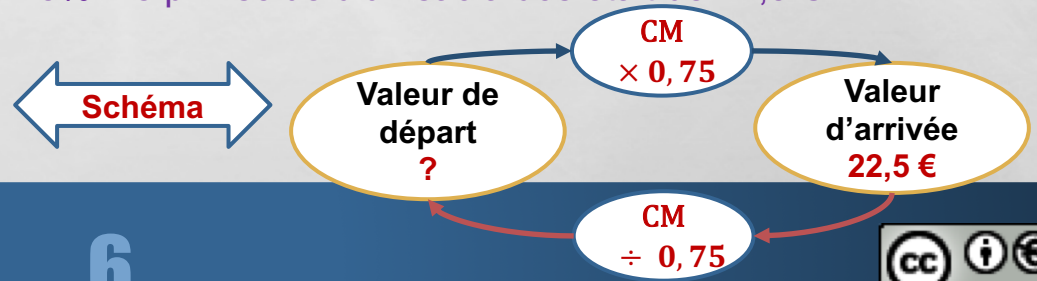
Quel est son intérêt ?

Lors de la recherche de la valeur de départ, il simplifiera grandement les calculs.

Lors des soldes, dans un magasin, les prix sont en baisse de 25%. Le prix soldé d'un sac à dos était de 22,5 €.

Quelle était son prix avant les soldes?

$$\frac{22,5}{0,75} = 30 \quad \text{Le prix avant les soldes était de 30 €}$$



Passer du taux d'évolution au coefficient multiplicateur et inversement :

Compléter le tableau suivant

Langage usuel	Taux d'évolution t (en %)	Taux d'évolution t	Valeur du coefficient multiplicateur CM
Hausse de 20%	+ 20 %	0.20	1.2
Baisse de 45%	- 45 %	- 0.45	0.55
Hausse de 78%	+ 78 %	0.78	1.78
Baisse de 84%	- 84 %	-0.84	0.16
Hausse de 200%	+ 200 %	2	3

$1 + t$

$CM - 1$

Remarque :

- Si le coefficient multiplicateur **CM est supérieur à 1**, alors il s'agit **d'une hausse**.
- Si le coefficient multiplicateur **CM est inférieur à 1**, alors il s'agit **d'une baisse**.



4°) Évolutions successives

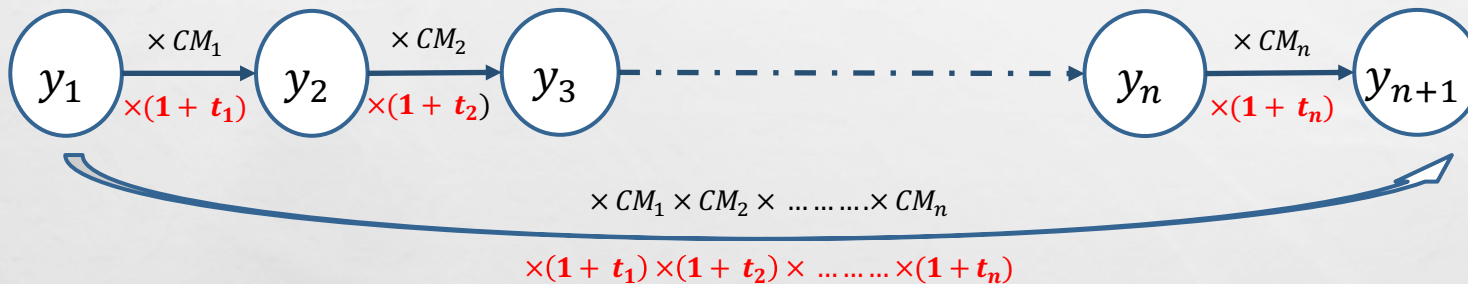
Propriétés:

1) Si une valeur subit n évolutions de coefficients multiplicateurs CM_1, CM_2, \dots, CM_n , alors le coefficient multiplicateur global CM_{global} est le produit des coefficients multiplicateurs:

$$CM_{global} = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$$

2) Si une valeur subit n évolutions de taux d'évolution t_1, t_2, \dots, t_n alors le taux d'évolution global t_{global} est égal à

$$t_{global} = (1 + t_1) \times (1 + t_2) \times \dots \times (1 + t_n) - 1$$

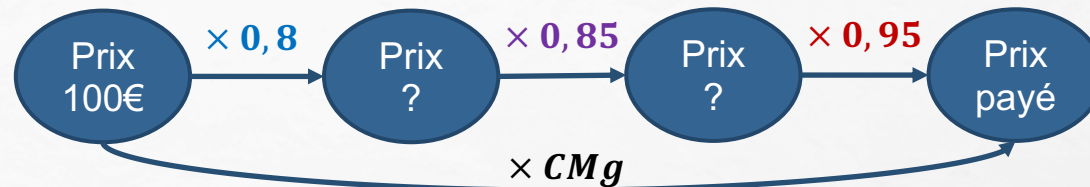


Exemple: Un magasin de jeans procède pendant les soldes à une baisse de 20% à la première démarque, 15% à la suivante et 5% supplémentaire si l'on détient la carte de fidélité. Heureusement, Sophie la détient. Elle souhaite au moment de la deuxième démarque acheter un jeans afficher au départ à 100€. Quel prix va-t-elle payer? Quelle réduction en pourcentage a-t-elle pu bénéficier?

$CM_g = CM_1 \times CM_2 \times CM_3 = 0,8 \times 0,85 \times 0,95 = 0,646$
Le coefficient multiplicateur global est 0,646.

$$100 \times 0,646 = 64,6 \text{ €}$$

Elle va payer 64,6€. Soit une réduction de 35,4€, cela correspond à une baisse de 35,4%.



**Ne pas croire que 35,4€
s'est transformé en 35,4% !
C'est le tarif initial de 100€ qui
provoque cette fausse impression.**

5°) Taux d'évolution réciproque

Définition:

Si, après deux évolutions, la valeur finale est égale à la valeur de départ, alors on dit que les deux évolutions sont réciproques.

Propriété:

Pour un coefficient multiplicateur CM , le coefficient multiplicateur réciproque CM' est donné par la formule:

$$CM' = \frac{1}{CM}$$



Propriété:

Pour un taux d'évolution t , le taux d'évolution réciproque t' est donné par la formule:

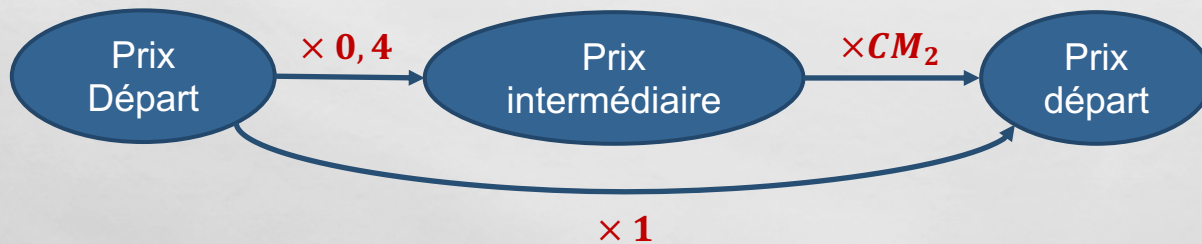
$$t' = \frac{1}{1+t} - 1$$

qui devient $t' = \frac{1}{1+\frac{t}{100}} - 1$ si t est exprimé en pourcentage.

Exemple: Si le prix d'un produit subit une baisse de 60%, alors quelle sera l'augmentation qu'il faudra faire subir au prix du produit pour qu'il revienne à son prix de départ?

Deux démarches:

- On applique la formule: $t' = \frac{1}{1-\frac{60}{100}} - 1 = 1,5$ soit une hausse de 150%.
- Soit on schématise la situation pour calculer à l'aide des coefficients multiplicateurs.



On modélise la situation par :

$$0,4 \times CM_2 = 1$$

$$\text{D'où } CM_2 = \frac{1}{0,4} = 2,5$$

$$\text{Taux} = CM_2 - 1 = 1,5$$

